

УДК 517.584

ВЛИЯНИЕ ДИСБАЛАНСА НА ДИНАМИКУ ЦЕНТРИФУГИ

В.М. Замятин, В.А. Дубовик

Томский политехнический университет

E-mail: zvm@tpu.ru

Рассмотрены колебания центрифуги, подвешенной в упругом подвесе. Исследованы движения системы с 3-мя степенями свободы. При наличии дисбаланса получены уравнения движения ротора, определена траектория, описываемая его осью.

Любая механическая система, включающая в себя вращающееся тело, в той или иной мере, совершает колебательные движения. В зависимости от податливости подвеса система может иметь различное количество степеней свободы и различное количество собственных частот. Движение механической системы, у которой ротор установлен посередине подшипниковых узлов, рассмотрено довольно широко [1, 2]. В данной статье рассматриваются колебания системы, которые обусловлены вращением консольно закрепленного ротора со смещенным центром масс.

Центрифуга, рис. 1, состоит из тяжелого, полого, без одной торцевой стенки цилиндра (корпуса) – 2 подвешенного на 4-х пружинах – 1 в горизонтальном положении. Через центр торца проходит ось еще одного тонкостенного полого цилиндра (барабана) – 3, без соприкосновения, входящего в полость первого. К боковой стенке барабана, вращающегося со скоростью Ω , размещается груз – 4. Уравнения движения системы составим с помощью уравнений Лагранжа 2-ого рода [3].

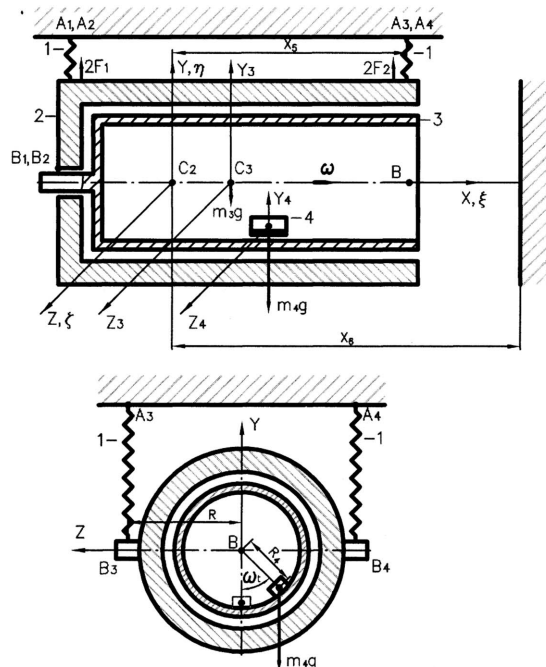


Рис. 1. Схема центрифуги

Введем обозначения:

$k, m_2, m_3, m_4, I_{x1}, I_{y1}, I_{z1}, I_{x2}, I_{y2}, I_{z2}, I_{x3}, I_{y3}, I_{z3}, I_{x4}, I_{y4}, I_{z4}$ ($i=2,3,4$), R, x_6 – коэффициент упругости, массы, осевые и цен-

тробежные моменты инерции корпуса, барабана, груза, радиус вращения центра тяжести груза и абсцисса среза экрана.

Оси координат ξ, η, ζ – неподвижные, x, y, z – жестко связаны с корпусом. Начало осей координат находится в статическом положении равновесия центра тяжести C_2 корпуса (рис. 1). Координаты центра тяжести корпуса и точек крепления пружин в системе x, y, z : $C_2(0, 0, 0)$; $C_3(x_3, 0, 0)$; $C_4(x_4, -R_4 \cos \Omega t, -R_4 \sin \Omega t)$; $B_1(-x_1, 0, R)$; $B_2(-x_1, 0, -R)$; $B_3(x_3, 0, R)$; $B_4(x_3, 0, -R)$. Координаты точек крепления пружин в системе координат ξ, η, ζ : $A_1 B_1 = A_2 B_2 = l_1$; $A_3 B_3 = A_4 B_4 = l_2$; $A_1(-x_1, l_1, R)$; $A_3(x_3, l_2, R)$; $A_2(-x_1, l_1, -R)$; $A_4(x_3, l_2, -R)$, статическое удлинение пружин: $\lambda_{1cm} = \lambda_{2cm}$; $\lambda_{3cm} = \lambda_{4cm}$.

За обобщенные координаты примем смещение точки C_2 ξ, η, ζ . Углы Эйлера-Крылова, определяющие ориентацию корпуса: ψ – рыскания; Θ – дифферента; φ – крена.

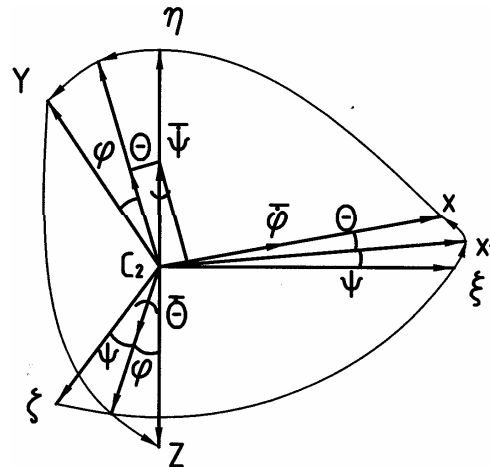


Рис. 2. Углы Эйлера-Крылова

Переход от системы координат x, y, z к системе координат ξ, η, ζ осуществляется преобразованием [4]:

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_{C2} + x \cos \psi \cos \Theta + \\ &+ \varphi (\sin \psi \sin \varphi - \cos \psi \cos \varphi \sin \Theta) + \\ &+ z (\sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi \sin \Theta); \\ \eta &= \eta_{C2} + x \sin \Theta + y \cos \Theta \cos \varphi - z \cos \Theta \sin \varphi; \\ \zeta &= \zeta_{C2} - x (\sin \psi \cos \Theta) + \\ &+ y (\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \cos \varphi \sin \Theta) + \\ &+ z (\cos \psi \cos \varphi - \sin \psi \sin \varphi \sin \Theta). \end{aligned}$$

Проекции угловой скорости корпуса ω_2 на оси x, y, z .

$$\begin{aligned}\omega_{2x} &= \dot{\psi} \sin \Theta + \dot{\varphi}; \\ \omega_{2y} &= \dot{\psi} \cos \Theta \cos \varphi + \dot{\Theta} \sin \varphi; \\ \omega_{2z} &= -\dot{\psi} \cos \Theta \sin \varphi + \dot{\Theta} \cos \varphi.\end{aligned}$$

При малых углах ψ, Θ, φ преобразование координат x, y, z в координаты ξ, η, ζ неподвижной системы отсчета имеет вид

$$\left. \begin{aligned}\xi &= \xi_{C2} + x - \Theta y + \psi z; \\ \eta &= \eta_{C2} + \Theta x + y - \varphi z; \\ \zeta &= \zeta_{C2} - \psi x + \varphi y + z.\end{aligned} \right\}$$

При малых углах отклонения корпуса проекции угловой скорости имеют вид

$$\omega_{2x} = \dot{\varphi}; \quad \omega_{2y} = \dot{\psi}; \quad \omega_{2z} = \dot{\Theta}.$$

Кинетическая энергия корпуса T_2 до малых 2-ого порядка включительно имеет вид

$$\begin{aligned}T_2 &= \frac{1}{2} m_2 (\dot{\xi}_{C2}^2 + \dot{\eta}_{C2}^2 + \dot{\zeta}_{C2}^2) + \\ &+ \frac{1}{2} (I_{x2} \dot{\varphi}^2 + I_{y2} \dot{\psi}^2 + \dot{\xi}_{C2}^2 + \dot{\Theta}^2 - 2 I_{xz2} \dot{\varphi} \dot{\Theta}) - \\ &- 2 I_{xy2} \dot{\varphi} \dot{\psi} - 2 I_{yz2} \dot{\psi} \dot{\Theta}).\end{aligned}$$

Если ось x – главная центральная ось инерции и моменты инерции корпуса $I_{y2} = I_{z2} = I_{2p}$, то

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{\xi}_{C2}^2 + \dot{\eta}_{C2}^2 + \dot{\zeta}_{C2}^2) + \frac{1}{2} (I_{x2} \dot{\varphi}^2 + I_{2p} (\dot{\psi}^2 + \dot{\Theta}^2)).$$

Кинетическая энергия барабана T_3 . Оси x_3, y_3, z_3 – жестко связаны с барабаном. Моменты инерции $I_{y3} = I_{z3} = I_{3p}$. Ось x_3 – главная центральная ось инерции, то $I_{xy3} = I_{xz3} = 0$.

Угловые скорости вращения барабана имеют вид: $\vec{\omega}_3 = \vec{\omega}_{3e} + \vec{\omega}_{3r}$; $\vec{\omega}_{3e} = \vec{\omega}_2$; $\vec{\omega}_{3r} = \Omega$, где $\vec{\omega}_{3e}$, $\vec{\omega}_{3r}$ – переносная и относительная угловые скорости [3].

Проекции угловой скорости $\vec{\omega}_3$ на оси на ось x_3, y_3, z_3 .

$$\begin{aligned}\omega_{3x3} &= \omega_{2x} + \Omega = \dot{\varphi} + \Omega; \\ \omega_{3y3} &= \omega_{2y} \cos \Omega t + \omega_{2z} \sin \Omega t = \dot{\psi} \cos \Omega t + \dot{\Theta} \sin \Omega t; \\ \omega_{3z3} &= \omega_{2z} \cos \Omega t - \omega_{2y} \sin \Omega t = \dot{\Theta} \cos \Omega t - \dot{\psi} \sin \Omega t.\end{aligned}$$

Предполагая, что все оси являются главными центральными осями инерции, кинетическую энергию барабана можно представить в виде

$$\begin{aligned}T_3 &= \frac{1}{2} m_3 [\dot{\xi}_{C2}^2 + (\dot{\eta}_{C2} + \dot{\Theta} x_3)^2 + (\dot{\zeta}_{C2} - \dot{\psi} x_3)^2] + \\ &+ \frac{1}{2} [I_{x3} (\dot{\varphi} + \Omega)^2 + I_{3p} (\dot{\psi}^2 + \dot{\Theta}^2)];\end{aligned}$$

где:

$$\xi_{C3} = \xi_{C2} + x_3; \quad \eta_{C3} = \eta_{C2} + \Theta x_3; \quad \zeta_{C3} = \zeta_{C2} - \psi x_3.$$

$$I_{y3} \omega_{3y3}^2 + I_{z3} \omega_{3z3}^2 = I_{3p} (\omega_{3y3}^2 + \omega_{3z3}^2) = I_{3p} (\dot{\psi}^2 + \dot{\Theta}^2).$$

Определим кинетическую энергию груза T_4 . Оси x_4, y_4, z_4 связаны с грузом, параллельны осям x_3, y_3, z_3 и являются главными центральными осями инерции.

$$\vec{\omega}_4 = \vec{\omega}_3.$$

$$\begin{aligned}\omega_{4x4} &= \dot{\varphi} + \Omega; \quad \omega_{4y4} = \dot{\psi} \cos \Omega t + \dot{\Theta} \sin \Omega t; \\ \omega_{4z4} &= \dot{\Theta} \cos \Omega t - \dot{\psi} \sin \Omega t. \\ \xi_{C4} &= \xi_{C2} + x_4 + \Theta R_4 \cos \Omega t - \psi R_4 \sin \Omega t; \\ \eta_{C4} &= \eta_{C2} + \Theta x_4 - R_4 \cos \Omega t + \varphi R_4 \sin \Omega t; \\ \zeta_{C4} &= \zeta_{C2} - \psi x_4 - \varphi R_4 \cos \Omega t - R_4 \sin \Omega t. \\ T_4 &= \frac{1}{2} m_4 (\dot{\xi}_{C4}^2 + \dot{\eta}_{C4}^2 + \dot{\zeta}_{C4}^2) + \frac{1}{2} (I_{x4} (\dot{\varphi} + \Omega)^2 + I_{4p} (\dot{\psi}^2 + \dot{\Theta}^2)).\end{aligned}$$

Для квадратного сечения груза моменты инерции $I_{4y} = I_{4z} = I_{4p}$. Общая кинетическая энергия системы $T = T_2 + T_3 + T_4$.

$$\begin{aligned}T &= \frac{1}{2} m_2 (\dot{\xi}_{C2}^2 + \dot{\eta}_{C2}^2 + \dot{\zeta}_{C2}^2) + \frac{1}{2} (I_{x2} \dot{\varphi}^2 + I_{3p} (\dot{\psi}^2 + \dot{\Theta}^2)) + \\ &+ \frac{1}{2} m_3 [\dot{\xi}_{C2}^2 + (\dot{\eta}_{C2} + \dot{\Theta} x_3)^2 + (\dot{\zeta}_{C2} - \dot{\psi} x_3)^2] + \\ &+ \frac{1}{2} [I_{x3} (\dot{\varphi} + \Omega)^2 + I_{3p} (\dot{\psi}^2 + \dot{\Theta}^2)] + \\ &+ \frac{1}{2} m_4 (\dot{\xi}_{C4}^2 + \dot{\eta}_{C4}^2 + \dot{\zeta}_{C4}^2) + \frac{1}{2} [I_{x4} (\dot{\varphi} + \Omega)^2 + I_{4p} (\dot{\psi}^2 + \dot{\Theta}^2)].\end{aligned}$$

Общая потенциальная энергия системы, состоящая из потенциальной энергии поля силы тяжести Π_{mg} и потенциальной энергии пружин Π_{np} , с точностью до малых 2-ого порядка имеет вид:

$$\begin{aligned}\Pi &= \Pi_{mg} + \Pi_{np} = \frac{1}{2} k [\lambda_{cm} - \eta_{C2} + x_1 \Theta + R \varphi]^2 + \\ &+ \frac{1}{2} k [\lambda_{2cm} - \eta_{C2} + x_1 \Theta - R \varphi]^2 + \\ &+ \frac{1}{2} k [\lambda_{3cm} - \eta_{C2} - x_5 \Theta + R \varphi]^2 + \\ &+ \frac{1}{2} k [\lambda_{4cm} - \eta_{C2} - x_5 \Theta - R \varphi]^2 - \frac{1}{2} k \sum_{i=1}^4 \lambda_{ci}^2 + \\ &+ (m_2 + m_3 + m_4) g \eta_{C2} + (m_3 x_3 + m_4 x_4) g \Theta + \\ &+ m_4 g R_4 \varphi \sin \Omega t - m_4 g R_4 \cos \Omega t.\end{aligned}$$

Отсюда получаем выражения для обобщенных сил:

$$Q_{\eta_{C2}} = -4k\eta_{C2} + 2k\Theta(x_1 - x_5);$$

$$Q_{\Theta} = 2k(x_1 - x_5)\eta_{C2} - 2k(x_1^2 + x_5^2)\Theta;$$

$$Q_{\varphi} = -4kR^2\varphi - m_4 g R_4 \sin \Omega t.$$

Произведя вычисления необходимые для уравнения Лагранжа 2-ого рода, получаем уравнения движения центрифуги:

$$\begin{aligned}(m_2 + m_3 + m_4) \ddot{\eta}_{C2} + (m_3 x_3 + m_4 x_4) \ddot{\Theta} + \\ + m_4 R_4 \Omega^2 \cos \Omega t + m_4 \ddot{\varphi} R_4 \sin \Omega t + \\ + 2m_4 \dot{\varphi} R_4 \Omega \cos \Omega t - m_4 \varphi R_4 \Omega^2 \sin \Omega t = \\ = 2k(x_1 - x_5)\Theta - 4k\eta_{C2};\end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
& (m_3x_3 + m_4x_4)\ddot{\eta}_{C2} + (m_3x_3^2 + m_4x_4^2 + I_3 + I_{33} + I_{43})\ddot{\Theta} + \\
& + m_4[R_4\Omega^2\cos\Omega t - \ddot{\varphi}R_4\sin\Omega t + \\
& + 2\varphi R_4\Omega\cos\Omega t - \dot{\varphi}R_4\Omega^2\sin\Omega t] = \\
& = 2k(x_1 - x_5)\eta_{C2} - 2k(x_1^2 + x_5^2)\Theta;
\end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
& m_4R_4(\ddot{\eta}_{C2} + \ddot{\Theta}x_4)\sin\Omega t + \\
& + \ddot{\varphi}(m_4R_4^2 + I_x + I_{x3} + I_{x4}) - m_4\varphi R_4^2\Omega^2 = \\
& = -4kR^2\varphi - m_4gR_4\sin\Omega t.
\end{aligned} \quad (3)$$

Кривая, описываемая концом оси барабана в системе координат ξ, η, ζ , характеризуется уравнениями:

$$\begin{aligned}
\eta &= \eta_{C2} + \Theta x_6; \\
\zeta &= 0; \\
\xi &= x_6.
\end{aligned}$$

Функции η_{C2}, Θ — находятся из дифференциальных уравнений движения (1–3).

Из уравнений видно, что для консольно закрепленного ротора с дисбалансом ось вращения описывает прямую линию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гусаров А.А. и др. Автоматическая балансировка роторов машин. — М.: Наука, 1979. — 306 с.
2. Нестеренко В.П. Автоматическая балансировка роторов приборов и машин со многими степенями свободы. — Томск, ТГУ, 1985. — 84 с.
3. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. — М.: 1985. — Т. 1, 2.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М.: Наука, 1984.

УДК 661.487.621.313

СИСТЕМА НЕЧЕТКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ЭЛЕКТРОНАГРЕВАТЕЛЬНЫХ УСТАНОВОК

С.В. Кокорев*, В.Г. Букреев

*Сибирский химический комбинат. г. Северск
Томский политехнический университет
E-mail: SVKokorev@rambler.ru

Рассматривается структура системы автоматического управления технологическим объектом на основе теории нечетких множеств. Приведены результаты моделирования нечеткого регулятора и оценка его эффективности по сравнению с двухпозиционным и пропорционально-интегрально-дифференциальным регуляторами.

Качество протекания технологического процесса в значительной степени зависит от правильной выбора и точности настройки регуляторов, применяемых в автоматизированных системах управления. В настоящее время температурными режимами многих технологических объектов управляют системы, использующие двухпозиционное регулирование, либо пропорционально-интегрально-дифференциальные (ПИД) регуляторы или его модификации [1].

Точность поддержания температуры на заданном уровне при двухпозиционном способе регулирования зависит от двух факторов: точности измерения температуры регистрирующим прибором (погрешности термпары, пирометра и т.д.) и предельной коммутационной способности исполнительного элемента системы регулирования температуры (контактора или тиристорного регулятора напряжения).

Следует отметить тот факт, что предельная коммутационная способность полупроводниковых систем регулирования напряжения намного выше, чем у контакторной коммутационной аппаратуры.

То есть, в случае использования полупроводниковых систем регулирования напряжения основным фактором, влияющим на точность поддержания температуры, будет являться точность измерения температуры регистрирующим прибором, а в случае применения контакторов — их предельная коммутационная способность.

В случае использования классических регуляторов совместно с тиристорным регулятором напряжения появляется возможность плавного регулирования мощности, подводимой к электронагревателям. В этом случае точность стабилизации температуры на заданном уровне помимо точности измерения температуры регистрирующим прибором зависит от настройки регуляторов. Однако для определения параметров классических регуляторов необходима адекватная математическая модель объекта управления. Одним из методов построения такой модели является статистический подход, который предполагает наличие экспериментальных данных регулируемых переменных для конкретного режима